

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΜΑΪΟΥ 2003  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A)** Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$ . Να αποδείξετε ότι

$$f'(x) = 2x.$$

**Μονάδες 10**

**B)** Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  (όπου  $k \leq n$ ),  $v_i$  είναι η συχνότητα και  $f_i$  είναι σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

*Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.*

**α)** Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής  $X$  είναι ίσο με 100.

**β)** Η μέση τιμή  $\bar{x}$  ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i v_i$$

**γ)** Για τη σχετική συχνότητα  $f_i$  ισχύει ότι  $f_i > 1$ , για κάθε  $i = 1, 2, \dots, k$ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- δ) Ο συντελεστής μεταβολής CV ορίζεται (για  $\bar{x} \neq 0$ ) από το λόγο:

$$CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} .$$

- ε) Η διακύμανση (ή διασπορά) της μεταβλητής X ορίζεται από τη σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i .$$

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά τη διάρκεια ενός μηνός και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [ - )	Αθροιστική συχνότητα $N_i$
0 - 2	5
2 - 4	15
4 - 6	20
6 - 8	35
8 - 10	40

Να βρείτε:

- α) το μέγεθος του δείγματος,

**Μονάδες 5**

β) τις συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες των κλάσεων και

**Μονάδες 10**

γ) τη μέση τιμή.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{3x^2}{4x^2 + 5}$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

Να βρείτε:

α) το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$ ,

**Μονάδες 5**

β) το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,

**Μονάδες 5**

γ) την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ ,

**Μονάδες 5**

δ) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και αυτά στα οποία είναι γνησίως φθίνουσα και

**Μονάδες 5**

ε) τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Οι χρόνοι σε ώρες (παρατηρήσεις) που έξι από τους επίγειους σταθμούς δεν είχαν επαφή με τον Ελληνοκυπριακό δορυφόρο είναι:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad t_3 = 1, \quad t_4 = 2, \quad t_5 = 4, \quad t_6 = 5 .$$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

β) Αν  $f(x) = (t_1-x)^2+(t_2-x)^2+(t_3-x)^2+(t_4-x)^2+(t_5-x)^2+(t_6-x)^2$ ,  
τότε:

i) να αποδείξετε ότι  $f'(\bar{x}) = 0$

**Μονάδες 6**

ii) να αποδείξετε ότι  $f(\bar{x}) = 6s^2$ , όπου  $s^2$  είναι η διακύμανση των παρατηρήσεων και

**Μονάδες 5**

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$ .

**Μονάδες 8**